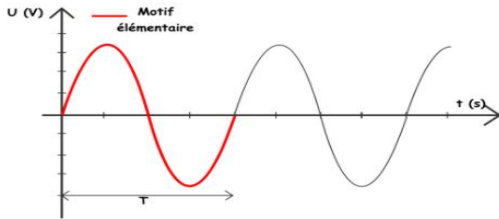


PCPI – 2 TS CIRA Vizille BTS CIRA Contrôle Industriel et Régulation Automatique	Chapitre 10 SIGNAUX ET ANALYSE SPECTRALE	ELECTRICITE
ACTIVITE 18 : Rappels sur les signaux		

CORRECTION

CARACTERISTIQUES TEMPORELLES

La période



Si on représente les variations de la tension au cours du temps par une courbe et qu'une partie de cette courbe se répète régulièrement alors:

- La tension est dite **périodique**.
- La plus petite partie qui se répète est appelée **motif élémentaire**.

Cette tension périodique est caractérisée par sa période:

La **période** est notée **T**, s'exprime en **seconde** et correspond à la **durée** d'un motif élémentaire

La fréquence

La **fréquence** en **Hertz (Hz)** d'une tension périodique correspond au nombre de **motifs élémentaires** qui se répètent pendant **une seconde**.

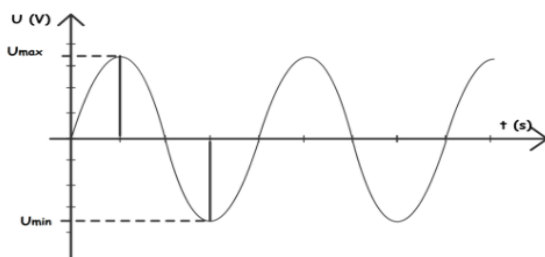
$$f = \frac{1}{T}$$

D'une manière générale la fréquence est une grandeur que l'on peut définir pour les phénomènes périodiques (phénomènes qui se répètent de manière identique à intervalles de temps constants)

La pulsation

La **pulsation** notée ω en **rad/s** est la vitesse de phase en régime sinusoïdal. $\omega = 2\pi f$

Les valeurs maximale/minimale et amplitude



Pour une tension alternative périodique sinusoïdale les tensions maximale et minimale correspondent aux tensions des **sommets** de la courbe et leurs valeurs sont **opposées** ($U_{\min} = -U_{\max}$).

$S_{\max} = U_{\max} = U_m$ valeur maximale que prend le signal

$S_{\min} = U_{\min}$ valeur minimale que prend le signal

A : **Amplitude** du signal $A = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2}$

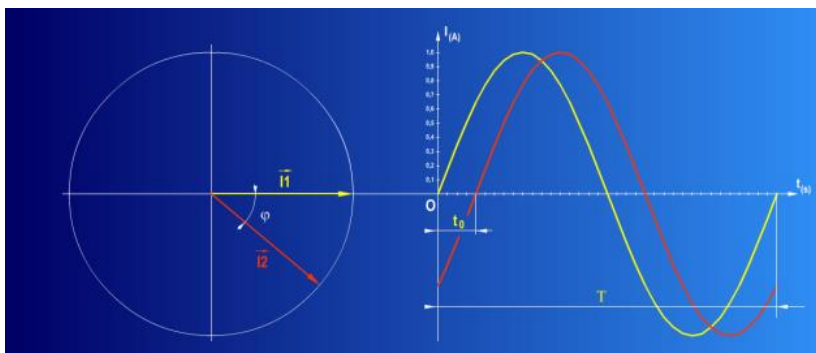
Valeur efficace

La **valeur efficace** d'une tension ou d'un courant variable au cours du temps, correspond à la **valeur d'une tension continue** ou d'un courant continu qui produirait un **échauffement identique dans une résistance**.

Pour une tension sinusoïdale uniquement :

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

Le déphasage



Deux grandeurs sinusoïdales de même fréquence, peuvent être **décalées** dans le temps l'une par rapport à l'autre.

Ce temps de décalage dt peut être converti en un **angle** désigné par la lettre ϕ

Il se calcule par proportionnalité

T correspond à **2π**

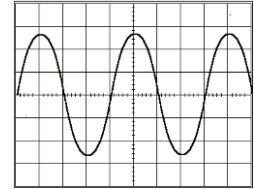
dt correspond à ϕ

Expression générale d'une tension sinusoïdale

Considérons une tension $u(t)$ dont l'oscillogramme est une sinusoïde.

Cette tension peut s'écrire :

$$u(t) = U_{\max} \times \sin(\omega \times t + \varphi)$$



$u(t)$

→ **valeur instantanée de la tension**
→ unité = le **volt (V)**

$U_{\max}$

→ **valeur maximale de la tension**
→ unité = le **volt (V)**

ω

→ **pulsation de la tension**
→ unité = le **radian par seconde (rad.s⁻¹)**

φ (noté aussi θ)

→ **phase à l'origine de la tension**
→ unité = le **radian (rad)**

Pour ces rappels, un lien vidéo qui peut aider :

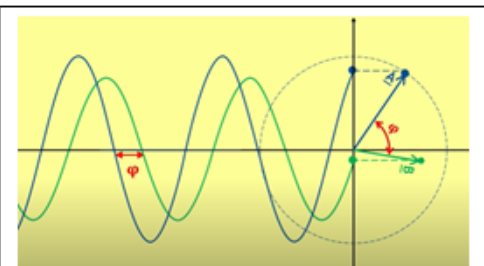
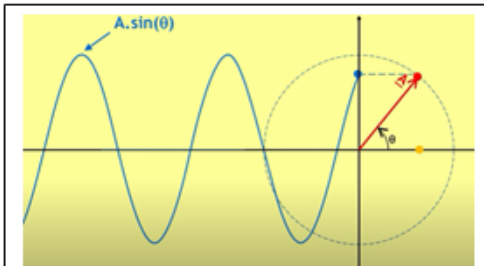
<https://www.youtube.com/watch?v=JFcyCaW-lsw>



Vecteur de Fresnel

https://www.youtube.com/watch?v=Winj_ZvgIEg

(jusqu'à 2min18)



PLAN
CARTESIEN

PLAN
VECTORIEL

On va représenter un **VECTEUR** associé à la tension sinusoïdale

$$u(t) = U_{\max} \times \sin(\omega t + \varphi)$$

Ce vecteur sera noté $\vec{U}$ et aura les caractéristiques suivantes :

- une **ORIGINE**
- une **NORME** = une **LONGUEUR** = un **MODULE**
donnée par **LA VALEUR EFFICACE DE LA TENSION U_{eff}**
- une **DIRECTION** et un **SENS**
donnés par **LA PHASE A L'ORIGINE DE LA TENSION φ**
appelée aussi **ARGUMENT**

Nombre complexe

$$\underline{U} = [U_{\text{eff}}; \varphi]$$

$$\underline{U} = U_{\text{eff}} \times e^{j\varphi}$$

$$\underline{U} = U_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi + j \cdot U_{\text{eff}} \cdot \sin \varphi$$

$$a = U_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi \quad b = U_{\text{eff}} \cdot \sin \varphi$$

$$\text{Le module : } U_{\text{eff}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{L'argument : } \varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

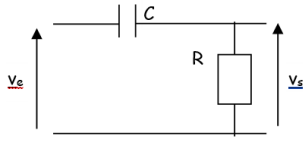
$$u(t) = U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$



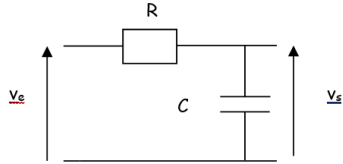
Un filtre a la propriété de laisser **passer** des signaux de certaines fréquences et **d'atténuer** (voir **supprimer**) les signaux de fréquences indésirables.

Type de filtre

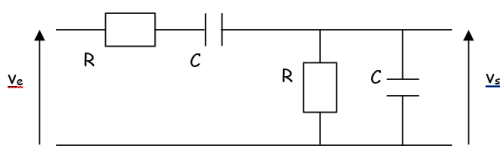
Filtre CR (passe-haut)



Filtre RC (passe-bas)



Filtre de Wien (passe-bande)



COMMENT EXPLOITER UN FILTRE ?

On appelle fonction de transfert du quadripôle notée T le rapport :

$$T = \frac{V_s}{V_e}$$

Pour exploiter cette fonction de transfert on étudie :

→ son **module** ou **amplification**

$$A = |T| = \left| \frac{V_s}{V_e} \right|$$

→ son **gain**

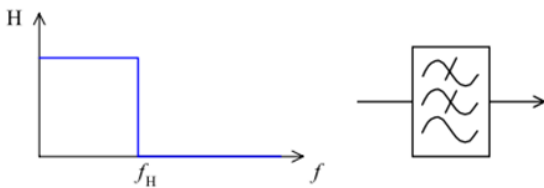
$$G = 20 \cdot \log |T| = 20 \cdot \log \left| \frac{V_s}{V_e} \right|$$

→ son **argument**

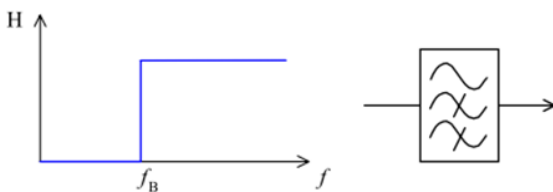
$$\varphi = \arg(V_s) - \arg(V_e)$$

Filtre idéal

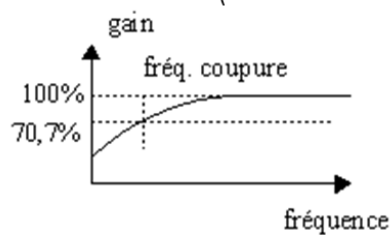
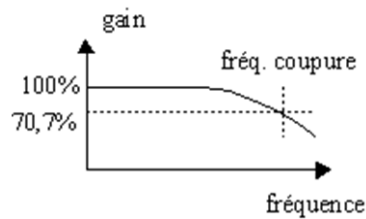
Passe bas



Passe haut



Réalité



Fréquence de coupure

La fréquence de coupure d'un filtre est la fréquence pour laquelle le signal de sortie est atténué d'environ **-3dB**, c'est-à-dire que son amplitude tombe à à peu près **71%** de l'amplitude du signal d'entrée

$$T(\omega_c) = \frac{T_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Dans le cas d'un filtre du 1^{er} ordre (filtre RC), c'est-à-dire un filtre composé d'une résistance et un condensateur, la fréquence de coupure s'écrit :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Votre chef d'équipe vous demande de refaire quelques mesures afin de vérifier le bon paramétrage du signal électrique alimentant une pompe.

Il vous transmet :

→ les branchements faits :

- en voie 1 pour l'image de l'intensité au travers d'une pince ampèremétrique 100 mV/A
- en voie 2 pour la tension

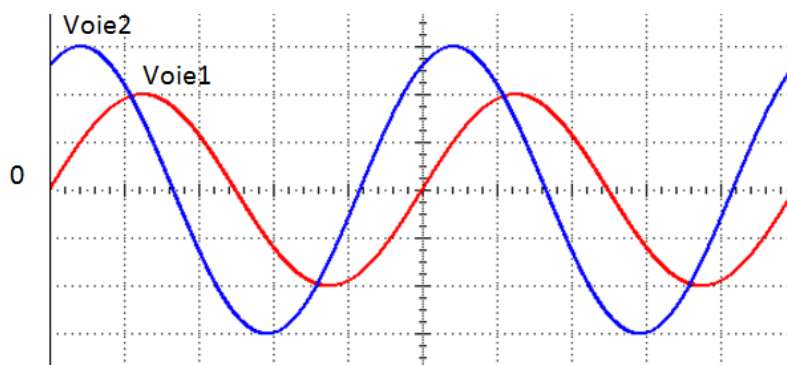
→ les calibres choisis de l'oscilloscope lorsque l'oscillogramme a été réalisé :

- Verticalement

Voie 1 : 1 V / div

Voie 2 : 110 V / div

- Horizontalement : Base de temps : 4 ms / div



1	Calculer la période des signaux d'alimentation.
2	Calculer la fréquence des signaux d'alimentation.
3	Calculer la pulsation de ces deux signaux
4	Calculer l'intensité maximale puis efficace de ce signal d'alimentation.
5	Calculer la tension maximale puis efficace de ce signal d'alimentation.
6	Donner la valeur de la phase à l'origine pour l'intensité $i(t)$. Justifier.
7	Calculer la phase à l'origine de la tension en voie 2 par rapport à l'intensité en voie 1 prise elle comme référence.

Un système frigorifique est branché électriquement en **dérivation** sur le circuit électrique étudié précédemment alimentant la pompe.

Ce système frigorifique est traversé par un courant $i_2(t) = 12\sqrt{2}\sin(314t + \frac{\pi}{4})$

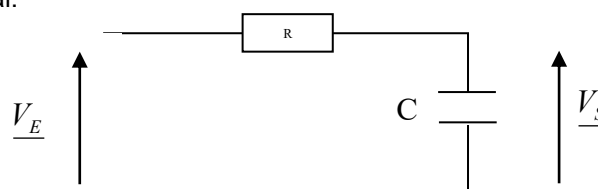
8	Déterminer l'expression instantanée du courant $i(t)$ de la branche principale alimentant les 2 branches dérivées contenant l'une la pompe traversée par un courant $i_1(t) = 14\sqrt{2}\sin(314t)$ l'autre le système frigorifique : en utilisant l'outil vecteur de Fresnel
9	Même question en utilisant l'outil nombre complexe

Le signal affiche en voie 2 a été filtré avant d'apparaître sur l'écran de votre oscilloscope

En effet, du « bruit » d'une fréquence 1000Hz se superposait au signal.

Ci-contre le montage électrique réalisé pour le filtrage.

$R = 10 \text{ k}\Omega$



10	Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme : $T = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_c}}$ avec $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$
11	Donner la nature de filtre en justifiant votre réponse
12	Exprimer puis calculer la valeur de la capacité du condensateur que vous devez choisir pour que la fréquence de coupure de votre filtre soit d'environ 320 Hz et que vous puissiez assurer le filtrage de votre signal de 50 Hz

CORRECTION

1	$T = 5 \times 4 = 20 \text{ ms} = 20 \times 10^{-3} \text{ s}$
2	$f = 1/T$ $= 1 / (20 \times 10^{-3})$ $= 50 \text{ Hz}$
3	$\omega = 2\pi \times f$ $= 2\pi \times 50$ $= 314 \text{ rad/s}$
4	Voie 1 $U_{\max} = 2 \times 1 = 2 \text{ V}$ Pince ampèremétrique 100 mV $\leftrightarrow$ 1 A $I_{\max} = 2 \times 1 / 0,1 = 20 \text{ A}$ $I_{\text{eff}} = I_{\max} / \sqrt{2}$ $= 20 / \sqrt{2}$ $= 14 \text{ A}$
5	Voie 2 $U_{\max} = 3 \times 110 = 330 \text{ V}$ $U_{\text{eff}} = U_{\max} / \sqrt{2}$ $= 330 / \sqrt{2}$ $= 233 \text{ V}$
6	$\varphi = 0 \text{ rad}$ car à $t = 0 \text{ ms}$ $i(t) = 0 \text{ A}$
7	$dt = 0,8 \times 4 = 3,2 \text{ ms}$ 1 motif : $T = 20 \text{ ms} \leftrightarrow \varphi = 2\pi \text{ rad}$ $dt = 3,2 \text{ ms} \leftrightarrow \varphi = ?$ $\varphi = 2\pi \times 3,2 / 20 = 1 \text{ rad}$
8	FRESNEL Dérivation : Expression instantanée : $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$ • Expression vectorielle: $\vec{i} = \vec{i}_1 + \vec{i}_2$ • $\vec{i}_1$ origine : O • $I_{\text{eff}1} = 14 \text{ A}$ • $\varphi_1 = 0 \text{ rad}$ • $\vec{i}_2$ origine : O • $I_{\text{eff}2} = 12 \text{ A}$ • $\varphi_2 = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$ • $\vec{i}$ origine : O • $I_{\text{eff}3} = 24 \text{ A}$ • $\varphi_3 = 20^\circ = \frac{20\pi}{180} = 0,35 \text{ rad}$ •• Echelle : 1cm $\leftrightarrow$ 2A • Conclusion : $i(t) = 24 \sqrt{2} \sin(314 t + 0,35)$ •
9	COMPLEXE $\underline{i} = \underline{i}_1 + \underline{i}_2$ $\underline{i}_1 = [14 ; 0] = 14 \times \cos 0 + j 14 \times \sin 0 = 14$ $\underline{i}_2 = [12 ; \frac{\pi}{4}] = 12 \times \cos \frac{\pi}{4} + j 12 \times \sin \frac{\pi}{4} = 8,5 + j 8,5$ $\underline{i} = \underline{i}_1 + \underline{i}_2 = 14 + 8,5 + j 8,5 = 22,5 + j 8,5$ avec $a = 22,5$ et $b = 8,5$ $I_{\text{eff}} = \sqrt{(22,5^2 + 8,5^2)} = 24 \text{ A}$ $\varphi = \arctan(b/a) = \arctan(8,5 / 22,5) = 0,36 \text{ rad}$ - Conclusion : $i(t) = 24 \sqrt{2} \sin(314 t + 0,36)$

10

pont diviseur de tension :

$$\underline{V_s} = \underline{V_E} \times \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_C} + \underline{Z_R}}$$

fonction transfert :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_E}} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_C} + \underline{Z_R}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1 + jRC\omega}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

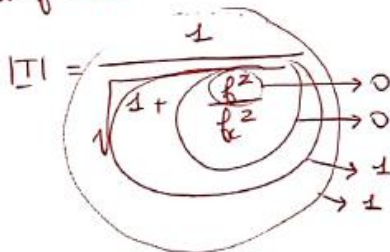
$$) \underline{T} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + jRC2\pi f} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_c}} \quad \downarrow = \frac{1}{f_c}$$

$$\underline{Z_1} = 1$$

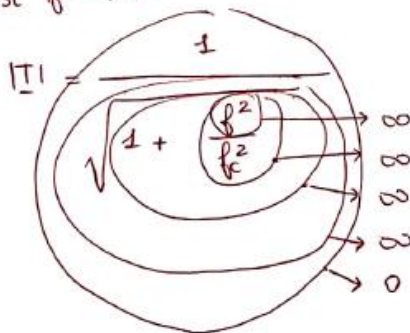
$$\underline{Z_2} = 1 + j \frac{f}{f_c}$$

a) module :

$$|\underline{T}| = \frac{|\underline{Z_1}|}{|\underline{Z_2}|} = \frac{\sqrt{1^2 + 0^2}}{\sqrt{1^2 + \frac{f^2}{f_c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_c^2}}}$$

a) si $f \rightarrow 0$ 

$$\boxed{f \rightarrow 0} \\ \boxed{|\underline{T}| \rightarrow 1}$$

les fréquences
passentb) si $f \rightarrow \infty$ 

$$\boxed{f \rightarrow \infty} \\ \boxed{|\underline{T}| \rightarrow 0}$$

les fréquences
ne passent pas⑤
filtre passe
bas

11

